

C6 : Calcul fractionnaire : Addition et soustraction

I. Les différentes écritures d'un même nombre

1) Nombre en écriture fractionnaire

Définition : Soient a et b deux nombres, b étant différent de 0.

Le **quotient** de a par b peut s'écrire sous forme **fractionnaire** : $a \div b = \frac{a}{b}$ (avec le nombre b non nul).

Numérateur \rightarrow $\frac{a}{b} = a \div b$ est une écriture fractionnaire

Dénominateur \rightarrow

Si a et b sont des nombres **entiers** alors est une fraction....

Exemples : Un nombre peut donc s'écrire de différentes manières : $\frac{3}{4} = \frac{1,5}{2} = 0,75$

Remarques :

1) Certains ~~nombre~~ nombres n'ont pas d'écriture décimale ; pour donner la valeur exacte, on utilise les écritures fractionnaires.

2) $3 = \frac{3}{1}$

3) les signes $\frac{-35}{-14} = \frac{35}{14}$ et $\frac{35}{-14} = \frac{-35}{14} = -\frac{35}{14}$ par la règle des signes

2) Égalité en écriture fractionnaire

Propriété : Un nombre en écriture fractionnaire ne change pas lorsqu'on multiplie (ou divise) le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Exemples :

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35}$$

$$\frac{14}{21} = \frac{14 \div 7}{21 \div 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

$\times 2$ (numérateur et dénominateur)

$$\frac{5}{12} = \frac{125}{3}$$

$\times 25$ (numérateur) et $\div 4$ (dénominateur)

$$\frac{56}{24} = \frac{28}{12} = \frac{14}{6} = \frac{4}{3}$$

$\div 2$ (numérateur et dénominateur) et $\div 2$ (numérateur et dénominateur) et $\times 3$ (numérateur et dénominateur)

3) Une application : Simplification de fraction

On fait apparaître un diviseur commun... au numérateur et au dénominateur et ensuite on simplifie par ce diviseur.

Exemple : $\frac{9}{-15} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$

$\div 3$ (numérateur et dénominateur)

On veut mettre ces fractions sous **forme irréductible** (c'est à dire avec le numérateur et le dénominateur le plus petit possible)

Exemple :

Simplifie

$$\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

$\div 8$ (numérateur et dénominateur)

$$\frac{60}{80} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$\div 10$ (numérateur et dénominateur) et $\div 2$ (numérateur et dénominateur)

$$\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$\div 4$ (numérateur et dénominateur)

II. Sommes algébrique en écriture fractionnaire

1) Les dénominateurs sont les mêmes

si $k \neq 0$, on a donc : $\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k}$ et $\frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$

exemple : $\frac{-7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{-7+5}{3} = \frac{-2}{3}$
 $\frac{-7}{11} - \frac{2}{11} = \frac{-7-2}{11} = \frac{-9}{11}$

2) Les dénominateurs sont différents :

Pour additionner (ou soustraire) deux nombres relatifs en écriture fractionnaire de dénominateurs différents, on doit d'abord les mettre au même dénominateur.

Application :

1^{er} cas : Un dénominateur est multiple de l'autre

$$A = \frac{-1}{6} - \frac{4}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-1}{6} - \frac{12}{6}$$

$$= \frac{-1-12}{6}$$

$$= \frac{-13}{6}$$

2^{ème} cas : Aucun dénominateur n'est multiple de l'autre.

Exemple 1 :

$$B = \frac{-3}{25} - \frac{7}{15}$$

Cherchons le plus petit multiple commun

Multiples de 25 : 25, 50, 75

Multiples de 15 : 15, 30, 45, 60, 75, 90

$$B = \frac{-3 \times 3}{25 \times 3} - \frac{7 \times 5}{15 \times 5}$$

$$= \frac{-9}{75} - \frac{35}{75} = \frac{-9-35}{75}$$

$$= \frac{-44}{75}$$

Exemple 2 :

$$C = \frac{-3}{4} + \frac{2}{5}$$

Cherchons le plus petit multiple commun

Multiples de 4 : 4, 8, 12, 16, 20

Multiples de 5 : 5, 10, 15, 20

$$C = \frac{-3 \times 5}{4 \times 5} + \frac{2 \times 4}{5 \times 4}$$

$$= \frac{-15}{20} + \frac{8}{20} = \frac{-7}{20}$$

3) Remarques :

$$A = \frac{-12}{25} + \frac{-3}{25} = \frac{-12+(-3)}{25} = \frac{-15}{25} = \frac{-3}{5}$$

$$B = \frac{-3}{-7} - \frac{5}{-7} = \frac{3}{7} - \frac{-5}{7} = \frac{3+5}{7} = \frac{8}{7}$$

Il faut TOUJOURS penser à... simplifier... au maximum les fractions!

Il faut mieux éviter un dénominateur négatif... en utilisant la règle des signes.

4) Dans les problèmes :

$\frac{2}{5}$ des élèves d'un collège font de l'anglais et les $\frac{1}{3}$ font de l'allemand. Les autres font de l'espagnol.

a) Quelle est la proportion d'élèves qui font de l'anglais ou de l'espagnol ?

b) Quelle est la proportion d'élèves qui font de l'espagnol ?

a) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$ des élèves font anglais ou allemand.

b) $1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ des élèves font espagnol

↑
tous les élèves