C2 : THÉORÈME DE PYTHAGORE (P 436 DU LIVRE)

I. CARRÉ ET RACINE CARRÉE

1- Carré d'un nombre:

Définition Pour tout nombre a : $a^2 = a \times a$ (a^2 se lit « a au carré »)

Exemples :

a	1	2	4	5	7	9	10	11	12
a²	1	4	16	25	49	81	100	121	144

Remarque :

1) On dit que le nombre 49 est le carré de 7
2) Pour calculer un nombre au carré, on peut utiliser la touche $\boxed{x^2}$ de la calculatrice.
3) Un carré est toujours positif

2- Racine carré d'un nombre positif

Exemples :

a²	16	49	144	25	-100
a avec a>0	4	7	12	5	impossible

Définition
On appelle racine carrée du nombre positif b, le nombre positif dont le carré est égal à b ; on l'écrit $\sqrt{b}$ et on a donc : **$b > 0$, $(\sqrt{(b)})^2 = b$**

Remarque:

1) Le nombre 7. est la racine carrée de 49.

2) Les nombres négatifs n'ont pas de racine carrée

3) Un **carré parfait** est un nombre dont la racine carré est un entier
Par exemple, 25 est un carré parfait car $\sqrt{(25)} = 5$
Voici la liste des carrés parfaits inférieurs à 150 :1;4;9;16;25;36;49;64;81;100;121;144

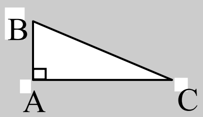
4) A l'aide des carrés parfaits, on peut encadrer une racine carré entre deux entiers consécutifs :
Par exemple, 45 n'est pas un carré parfait mais comme 36 < 45 <49 donc 6.< $\sqrt{(45)}$ < 7

5) En utilisant la touche $\boxed{\sqrt{.}}$ (se lit « racine carrée ») de la calculatrice , donne l'écriture décimale de ces nombres (si nécessaire donne le résultat au centième près) :
$\sqrt{25}$ =5 $\sqrt{64}$ =8 $\sqrt{529}$ =23 $\sqrt{0{,}16}$ =0,4 $\sqrt{3}$ ≈1,73

II. CALCULER UNE LONGUEUR DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

1- L'énoncé:

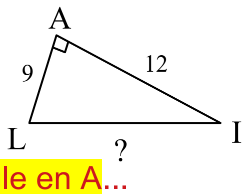
Propriété :(Théorème de Pythagore)
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit



Autrement dit: Si le triangle ABC est rectangle en A, alors : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Quand utiliser cette propriété ? Il faut : un triangle rectangle + 2 longueurs
Dans quel but ? Trouver la 3ème longueur

2. Applications :



a) Trouver l'hypoténuse

On sait que : ALI est rectangle en A...

D'Après le théorème de Pythagore

Donc : $LI^2 = AL^2 + AI^2$

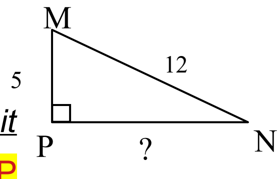
(On va remplacer les valeurs connues)

donc $LI^2 = 9^2 + 12^2$

$LI^2 = 81 + 144$

$LI^2 = 225$

donc IL = $\sqrt{225}$ = 15 (valeur exacte)



b) Trouver un côté de l 'angle droit

On sait que : MPN rectangle en P

D'Après le théorème de Pythagore

Donc : $MN^2 = PM^2 + PN^2$

(On va remplacer les valeurs connues)

$12^2 = 5^2 + PN^2$

$144 = 25 + PN^2$

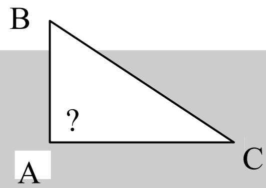
Donc $PN^2 = 144 – 25 = 119.$

donc PN = $\sqrt{119}$ (valeur exacte)

PN ≈ 10 ,9 (valeur arrondie)

III. DÉMONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE

1. L'énoncé :



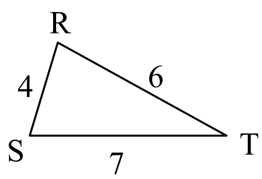
Réciproque du théorème de Pythagore :
Soit un triangle ABC où [BC] est le plus grand côté :

Si $BC^2 = AB^2+AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A

Quand utiliser cette propriété ? Il faut : 3 longueurs dans un triangle qui vérifie l'égalité de Pythagore
Dans quel but ? Savoir si le triangle est rectangle

Remarque : Si $BC^2 \neq AB^2+AC^2$ alors le triangle ABC n'est pas rectangle d'après le théorème de Pythagore

2. Applications :



a) Exemple 1 :

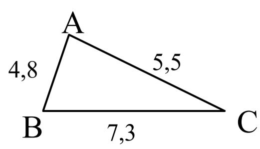
Le plus grand côté est [ST].

$ST^2 = 7^2 = 49$ | $RS^2+RT^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

On sait donc que $ST^2 \neq RS^2+RT^2$

d'après le théorème de Pythagore

on a donc RST ne peut pas être rectangle



b) Exemple 2 :

Le plus grand côté est [BC].

$BC^2 = 7{,}3^2 = 53{,}29$ | $AB^2+AC^2 = 4{,}8^2 + 5{,}5^2 = 23{,}04 + 30{,}25 = 53{,}29$

On sait donc que $BC^2 = AB^2+AC^2$

d'après la réciproque du théorème de Pythagore

on a donc le triangle ABC rectangle en A