

C9 FONCTIONS LINEAIRES ET AFFINES

PARTIE 1 : FONCTIONS LINEAIRES

I) QU'EST-CE QU'UNE FONCTION LINEAIRE ?

1) Définition

Définition : Soit a un nombre. Une **fonction linéaire** f est une fonction de la forme $f : x \longmapsto a \times x$

Son expression est : $f(x) = ax$ Le nombre a est le **coefficient de linéarité** de f .

Exemples :

- 1) La fonction $f : x \longmapsto -3x$ est la fonction linéaire de coefficient de linéarité **-3**
- 2) La fonction g telle que $g(x) = 12x$ est aussi une fonction linéaire, son coefficient de linéarité est **12**

2) Calcul d'image et d'antécédent

Méthode :

- 1) Pour calculer l'image d'une valeur par une fonction, on remplace dans l'expression x par cette valeur.
- 2) Pour calculer un antécédent, on écrit une équation dont un des membres est l'image que l'on connaît

Exemples : 1) Calcul de l'image de 4 par la fonction f telle que $f(x) = -3x$

$$f(4) = -3 \times 4 = -12$$

2) Calcul du nombre dont l'image est -6 :

On cherche x tel que $f(x) = -6$ ce qui donne : $-3 \times x = -6$
 donc $x = -6 / -3 = 2$

II) FONCTION LINEAIRE ET PROPORTIONNALITE

1) Lien entre proportionnalité et fonction linéaire

Propriété : Une fonction linéaire traduit (ou modélise) une situation de proportionnalité.

Exemples : Voici le tableau de valeurs de $f : x \longmapsto -3x$:

x	-4	-2	0	5	
$f(x)$	12	6	0	-15	← $\times(-3)$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité, le coefficient de proportionnalité, -3 , est le coefficient de linéarité de la fonction.

2) Déterminer l'expression d'une fonction linéaire

Méthode : Comment déterminer la fonction linéaire f telle que $f(3) = -12$?

Il y a proportionnalité entre l'image -12 et l'antécédent 3 . Le coefficient de proportionnalité est donc : $-12 \div 3 = -4$

Donc $f(x) = -4x$

III) REPRESENTATION GRAPHIQUE

Propriété : La représentation graphique d'une fonction linéaire $x \longmapsto a \times x$ est une **droite** qui passe par l'**origine** du repère. Elle est constituée de tous les points de coordonnées $(x ; ax)$

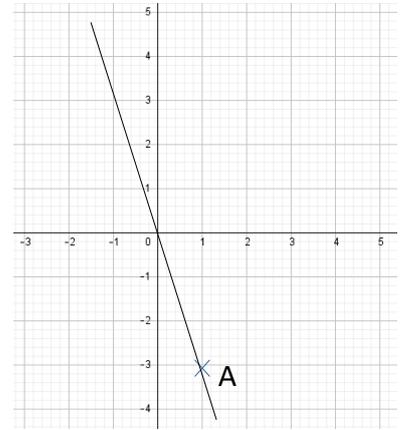
Méthode : Représenter graphiquement la fonction $f : x \longmapsto -3x$

* On doit tracer une droite (d) qui passe par l'origine.

* On détermine un autre point de la droite (d) :

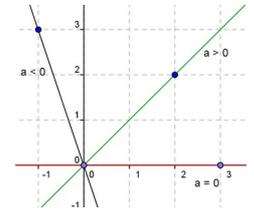
Je choisis une valeur de x , par exemple $x = 1$ et je calcule :

$$f(1) = -3 \times 1 = -3 \quad \text{Donc (d) passe par } A(1 ; -3)$$



Vocabulaire : (d) est la droite d'équation : $y = -3x$

Remarque sur le coefficient de linéarité de la fonction : Lorsque le coefficient est positif, la droite « monte », s'il est négatif, elle « descend » et s'il est égal à 0, la droite est confondue avec l'axe des abscisses.



Vocabulaire : le coefficient de linéarité a s'appelle le **coefficient directeur de la droite.**

Remarques : Le point $(2 ; -5)$ appartient-il à (d) ?

On calcule $f(2) = -3 \times 2 = -6 \neq -5$ donc ce point n'appartient pas à (d)

Lorsqu'on se déplace de
1 horizontalement vers
la droite, on « descend »
de 3 donc le coefficient
directeur est _____