

C4- Démontrer avec le calcul littéral

I. RAPPELS SUR LES EXPRESSIONS LITTÉRALES:

1. Réduire une expression littérale :

Définition : Réduire une expression, c'est la rendre **la plus simple et petite possible**

a) Réduire un produit :

$$A = 2 \times 5x \times 3x = 2 \times 5 \times x \times 3 \times x$$

On change l'ordre des facteurs en mettant les nombres puis les lettres dans l'ordre alphabétique

$$A = 2 \times 5 \times 3 \times x \times x$$

On fait disparaître les signes \times :

$$A = 30x^2$$

b) Réduire une somme :

$$B = 6x^2 + 32 + 5x - 2x^2 + 2x - 14$$

On change l'ordre des termes en regroupant les termes de même sorte :

$$B = 6x^2 - 2x^2 + 5x + 2x - 14 + 32$$

$$B = 4x^2 + 7x + 18$$

2) Substituer une valeur dans une expression littérale

Définition : Substituer, c'est **remplacer une lettre par une valeur** et calculer la valeur de l'expression littérale.

Exemple:

$$C = 3x - 12 \text{ pour } x = -2 \text{ donne :}$$

$$C = 3 \times (-2) - 12 = -6 - 12 = -18$$

II. DÉVELOPPEMENT :

Définition : Développer, c'est transformer un **produit** en **somme**.

MÉTHODE :

1) On utilise la distributivité simple : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

$$\begin{aligned} D = 7(2x + 1) &= 7 \times 2x + 7 \times 1 \\ &= 14x + 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E = 3x(5x - 1) &= 3x \times 5x + 3x \times (-1) \\ &= 15x^2 - 3x \end{aligned}$$

2) On utilise la double distributivité : $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

$$\begin{aligned} F = (5x + 3)(4x - 1) &= 5x \times 4x + 5x \times (-1) + 3 \times 4x + 3 \times (-1) \\ &= 20x^2 - 5x + 12x - 3 \\ &= 20x^2 + 7x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G &= (2x - 1)^2 = (2x - 1)(2x - 1) \\
 &= 2x \times 2x + 2x \times (-1) + (-1) \times 2x + (-1) \times (-1) \\
 &= 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1
 \end{aligned}$$

Cas particuliers : Retirer des parenthèses après un + ou un - :

$$\begin{aligned}
 5x + (4x - 1) &= 5x + 1 \times (4x - 1) & 5 - (3x - 2) &= 5 + (-1) \times (3x - 2) \\
 &= 5x + 1 \times 4x + 1 \times (-1) & &= 5x + (-1) \times 3x + (-1) \times (-2) \\
 &= 5x + 4x - 1 = 9x - 1 & &= 5 - 3x + 2 = 7 - 3x
 \end{aligned}$$

Pour aller plus vite :

* Si une parenthèse est précédée du signe + , on peut supprimer les parenthèses **sans rien changer**

* Si une parenthèse est précédée du signe - , on peut supprimer les parenthèses à condition de : **de changer les signes des termes de l'ancienne parenthèse**

III. FACTORISATION :

Définition : Factoriser, c'est transformer une somme en produit

MÉTHODE :

Si c'est possible, trouver un facteur commun dans chaque terme puis factoriser avec la formule :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Facteur commun

Exemples :

$$\begin{aligned}
 H &= 8x^2 + 12x = 4x \times 2x + 4x \times 3 \quad (\text{on fait apparaître le facteur commun}) \\
 &= 4x \times (2x + 3) \quad (\text{on applique la formule de factorisation})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I &= (2x - 3)(5x + 3) + 5(2x - 3) = (2x - 3) \times [(5x + 3) + 5] \\
 &= (2x - 3) \times [5x + 3 + 5] \\
 &= (2x - 3) \times (5x + 8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J &= (5x - 4)^2 - (5x - 4)(2x + 3) = (5x - 4)(5x - 4) - (5x - 4)(2x + 3) \\
 &= (5x - 4) \times [(5x - 4) - (2x + 3)] \\
 &= (5x - 4) \times [5x - 4 - 2x - 3] \\
 &= (5x - 4) \times (3x - 7)
 \end{aligned}$$