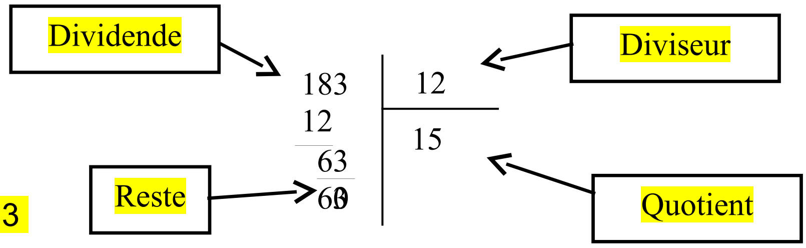
C1 : ARITHMETIQUE

I- DIVISION EUCLIDIENNE : CAS GÉNÉRAL (P119 DU LIVRE)

1) Vocabulaire

Définition-Vocabulaire : a et b deux nombres entiers non nuls (b≠0)
Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver les deux entiers naturels q et r tels que : a = … × ….. + …...avec r ≠ b où q est le quotient (entier) et r le reste de la division euclidienne.

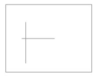
Exemple :La division euclidienne de 183 par 12
Calcul posé :



On écrit l'égalité : 183 = 12 × 15 + 3

Remarque: Attention, le reste est toujours plus petit que le diviseur !

2) Calculatrice :

Pour effectuer une division euclidienne avec ta calculatrice, utilise le signe : 

Ex: A la calculatrice, effectue la division euclidienne de 1912 par 24 : on trouve : Q = 79 et R =.16

II- DIVISION EUCLIDIENNE :CAS OÙ LE RESTE EST NUL (P119 DU LIVRE)

1) Vocabulaire

Définition : Lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est nul, il existe un entier k tel que a = k ´ b. On peut alors dire que :

1) a est un **multiple** de b ou a est divisible par b
2) b est un **diviseur** de a ou b divise a

Exemples : 414 = 18 × 23

On dit que 414 est un multiple de de 18. On dit que 18 est un **un diviseur** de 414.
415 n'est pas un multiple de 18 car 415 = 18 × 23 + 1

2) Comment repérer la divisibilité : les critères de divisibilité

... est multiple de	Si	Exemples
2	chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 .(le nombre est pair)	77 772
5	le chiffre des unités est 0 ou 5	1 3255
10	le chiffre des unités est 0	270
4	le nombre formé des deux derniers chiffres est un multiple de 4	132 567 016
3	La somme de tous les chiffres .est un multiple de 3.	183 car 1 + 8 + 3 = 12
9	La somme de tous les chiffres est un multiple de 9.	774 car 7 + 7 + 4 = 18

Application : Trouver tous les diviseurs d'un nombre :
Pour trouver tous les diviseurs de 18 , on cherche 18 = 1 × 18. = 2 × 9= 3 × 6
En les mettant dans l'ordre on trouve : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

III- LES NOMBRES PREMIERS (P131 DU LIVRE)

1) Définition

Définition : Un nombre **premier** est un nombre entier positif qui n'a que 2.diviseurs : 1 et lui même

Exemples :

- 12 n'est pas un nombre premier car il est divisible par : 2 car 12 = 2 × 6
- 7 est un nombre premier car 1 et 7 sont les seuls diviseurs de 7 (7 = 7 × 1)
- 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur 1
- 0 n'est pas premier car il a une infinité de diviseurs
- Voici la liste des 10 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

2) Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété : Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Exemple- Méthode : *Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.*

On va diviser l'entier par les nombres premiers dans l'ordre jusqu'à avoir comme quotient 1

4680	2	→ car 4 680 est pair
2 340	2	→ car 2 340 est pair
1 170	2	→ car 1170 est pair
585	3	→ car 5 + 8 + 5 = 18 multiple de 3
195	3	→ car 1 + 9 + 5 = 15 multiple de 3
65	5	→ car 65 termine par 5
13	13	
1		

La décomposition de 4 680 est donc :

4 680 = $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 13$

Remarque : Trouver une décomposition à la calculatrice :

CASIO : 

TI : 

. On trouve : 1014 = $2 \times 3 \times 13^2$

3) Fraction irréductible

Définition : Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur ont 1 pour seul diviseur commun.

Exemple- Méthode : *Rends la fraction* $\frac{280}{448}$ *irréductible.*

On va utiliser les décompositions en facteurs premiers :

280 = $2^3 \times 5 \times 7$ et 448 = $2^6 \times 7$

$$\frac{280}{448} = \frac{2\times2\times2\times7\times5}{2\times2\times2\times2\times2\times2\times7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$$ ← fraction irréductible

4) Trouver un ppcm ou un pgcd à l'aide décomposition en facteurs premiers :

a) Trouver le plus petit commun multiple **PPCM**

60 = $2^2 \times 3 \times 5$ 80 = $2^4 \times 5$

On va donc construire le ppcm :

80

ppcm(60;80) = $2^2 \times 3 \times 5 \times 2^2 = 240$

60

b) Trouver le plus grand commun diviseur **PGCD**

75 = $3 \times 5 \times 5$ 125 = $5 \times 5 \times 5$

On va donc construire le pgcd :

pgcd (75;125) = 5×5 = 25